Задача 8. Покажите, что последовательность $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$ возрастающая.

$$a_{n+1} > a_n \qquad \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(1+\frac{1}{n+1})^{n+1}}{(1+\frac{1}{n})^n} = \frac{\frac{(n+2)^n}{(n+1)^n}}{\frac{(n+1)^n}{n^n}} = \frac{n^n (n+2)^n}{(n+1)^{2n}} =$$

$$\frac{(n+1)}{2n} \qquad \frac{n}{2(n+1)}$$

$$a_n = C_n^0 + C_n^1 \cdot \frac{1}{n} + C_n^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \ldots + C_n^n \cdot \frac{1}{n^n}$$

$$a_{n+1} = C_{n+1}^0 + C_{n+1}^1 \frac{1}{n+1} \quad C_{n+1}^2 \frac{1}{(n+1)^2} \ldots \quad C_{n+1}^n \frac{1}{(n+1)^n} \quad C_{n+1}^{n+1} \frac{1}{(n+1)^n}$$

$$a_n = C_n + n \cdot \frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2} \frac{1}{n^2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \frac{1}{n^3} \ldots + C_n^n \cdot \frac{1}{n^n}$$

(1+1/n)^n ↑

$$a_n = C_n + n \cdot \frac{1}{n} + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2}{n}\right)\frac{1}{3!} + C_n^n \cdot \frac{1}{n^n}$$

$$a_{n+1} = C_n + n \cdot \frac{1}{n} + \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)\left(1 - \frac{2}{n+1}\right)\frac{1}{3!} + \underbrace{C_{n+1}^{n+1} \frac{1}{(n+1)^n}}_{\text{доп член}}$$